

# מושגי יסוד בטופולוגיה אלגברית

מועד א, סמסטר ב, 2001-02

המרצה: דרור בר-נתן

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר בשימוש: אין.

בהקשר לבחינה זו, חיבור על נושא מתמטי צריך להכיל מידע משמעותי (אך לאו דווקא מלא) על הניסוח המדויק, הסיבה (או הסיבות) שבזכותן יש בנושא עניין, על תמצית ועיקר ההוכחה ועל דוגמאות לשימוש. מטרת החיבור היא לשכנע את בודק הבחינה שכותב/ת החיבור הבין/ה לעומקו את הנושא שבו מדובר ויודע/ת להפריד בין עיקר לתפל.

אנא שמור/שמרי על כתב יד קריא ומסודר!

ענה/י על 3 מתוך 4 השאלות הבאות: (לכל שאלה חלק ראשון השווה 30 נקודות וחלק שני השווה 10 נקודות)

## שאלה 1:

- כתוב/י חיבור על הקשר בין החבורה היסודית של מרחב טופולוגי לבין ההומולוגיה הראשונה שלו.
- כפי שראינו באחד התרגילים, ישנו דו-כיסוי  $SU(2) \cong S^3 \rightarrow SO(3)$ . חשב/י את  $H_1(SO(3))$ .

## שאלה 2:

- יהי  $p: X \rightarrow B$  כיסוי. כתוב/י חיבור על קיום ויחידות של הרמות אל  $X$  של מיפויים  $f: Y \rightarrow B$ .
- יהי  $X_3$  המרחב

$$X_3 := \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\} / e^{i\theta} \sim e^{\frac{2\pi}{3} + i\theta}$$

מהמבחן לדוגמא. מצא/י מיפוי  $f: X_3 \rightarrow RP^2$  שאין לו הרמה  $\tilde{f}: X_3 \rightarrow S^2$  לכיסוי האוניברסאלי של  $RP^2 \rightarrow RP^2$  של  $p: S^2 \rightarrow RP^2$ . לחילופין, הסבר/הסבירי מדוע אין מיפוי  $f$  כזה.

## שאלה 3:

- כתוב/י חיבור על האינוואריאנטיות תחת הומוטופיה של הומוולוגיה.
- יהי  $F: T^2 \rightarrow T^2$  המיפוי המוגדר ע"י  $(z_1, z_2) \mapsto (z_2, z_1)$ , כאשר לצורך ההגדרה חושבים על הטורוס כמכפלה של מעגלים,  $T^2 = S^1 \times S^1$ , וכאשר  $z_{1,2}$  הם קואורדינאטות במעגלים הללו. האם המיפוי  $F$  הומוטופי למיפוי הזהות  $Id: T^2 \rightarrow T^2$ ?

## שאלה 4:

- כתוב/י חיבור על הדרגה של מיפוי  $S^n \rightarrow S^n$ .
- נשכן את  $S^3$  בתוך  $\mathbb{C}^2$  בתור הקבוצה  $\{(z_1, z_2) : |z_1|^2 + |z_2|^2 = 1\}$  ונגדיר  $f: S^3 \rightarrow S^3$  ע"י  $(z_1, z_2) \mapsto \left( \frac{z_1^3}{|z_1|^2}, \frac{z_2^{-5}}{|z_2|^4} \right)$ . מהי דרגת המיפוי  $f$ ?

משועמם/ת? מה יש פעם ביום ופעמיים בחיים? (ללא ניקוד)

