УМН, 1979г. вып. 4 том 34, Тезисы конференции памяти Пе...ского И. Г., заседание 19 января 1979 года.

ЛИТЕРАТУРА

[1] L. Brusotti, Sulla «piccola variazione» di una curva piana algebrica reale, Rend. Rom. Acc. Lincei 30: 5 (1921), 375—379.

[2] Д. А. Гудков, Топология вещественных проективных алгебраических многообразий, УМН 29:4 (1974), 3—79.

2. О. Я. Виро (Ленинград) «Построение М-многообразий».

Теорема А. *Для любого m в $\mathbb{R}P^3$ существует неособая вещественная алгебраическая М-поверхность степени m с эйлеровой характеристикой $(-m^3+4m)/3$ и с $1+C^3_{m-1}$ компонентами, из которых все, кроме одной, гомеоморфны сфере.*

Теорема Б. *Для любого m в $\mathbb{R}P^3$ существует связная неособая вещественная алгебраическая поверхность степени m с эйлеровой характеристикой $(-2m^3+6m^2-7m+6)/3$.*

Теорема А доказывает точность обобщенного неравенства Харнака и усиленного неравенства Петровского — Олейник; теорема Б — точность одного из неравенств Петровского — Олейник.

Теорема В. *Для любого m в $\mathbb{R}P^4$ существует неособая вещественная алгебраическая М-гиперповерхность степени m с $1+C^4_{m-1}$ компонентами, из которых все, кроме одной, гомеоморфны сфере.*

Теорема Г. *Для любого четного m в $\mathbb{R}P^3$ существует неособая вещественная алгебраическая поверхность степени m с $(m^3-2m^2+4)/4$ компонентами, гомеоморфная $(3m^3-2m^2-8m)/16S_0 \amalg (m^3-6m^2+8m)/16S_1 \amalg S_{(m^3-8m^2+16)/16}$. Здесь S_p — сфера с p ручками, а $\amalg$ — несвязное суммирование.*

Теорема Г показывает, что гипотеза Арнольда, согласно которой число компонент дополнения вещественной алгебраической гиперповерхности степени m в $\mathbb{R}P^q$ не превосходит $1+C^q_{m+q-2}$, не верна для $q=3$ и любого четного $m\geqslant 6$. Поверхности теоремы Г не являются М-поверхностями. Для $m\equiv 2 \bmod 4$ следующая теорема дает М-поверхности степени m, которые при $m\geqslant 10$ обладают, кроме того, большим числом компонент.

Теорема Д. *Для любого $m\equiv 2 \bmod 4$ в $\mathbb{R}P^3$ существует неособая вещественная алгебраическая М-поверхность степени m с $(7m^3-24m^2+32m)/24$ компонентами, гомеоморфная*

$$(11m^3-30m^2+28m-24)/48S_0 \amalg (m^3-6m^2+12m-8)/16S_1 \amalg S_{(7m^3-30m^2+44m+24)/48}.$$

3. А. Г. Хованский «Геометрия выпуклых многогранников и алгебраическая геометрия».

Пусть X — алгебраическое многообразие, определенное в $(\mathbb{C}\setminus 0)^n$ системой полиномиальных уравнений $P_1=\ldots=P_k=0$ с фиксированными многогранниками Ньютона $\Delta_1,\ldots,\Delta_k$. Вычисления дискретных инвариантов многообразия X в терминах многогранников $\Delta_1,\ldots,\Delta_k$ связывают алгебраическую геометрию многообразия X с геометрией выпуклых многогранников. Эта связь оказывается полезной в обе стороны. Вот пример. В теории смешанных объемов выпуклых тел важную роль играют неравенства Александрова — Фенхеля. Все ранее известные доказательства этих неравенств достаточно сложны. В докладе приведен простой вывод этих неравенств из теории алгебраических поверхностей. Обратно неравенства типа Александрова — Фенхеля подсказывают аналогичные неравенства в алгебраической геометрии для индексов пересечения дивизоров [1]).

Еще пример. Относительно недавно геометрами были найдены следующие теоремы о выпуклых целочисленных многогранниках Δ: 1) число целых точек $T(\Delta)$ и число внутренних целых точек $B(\Delta)$ многогранника Δ для $\Delta=\Sigma k_i\Delta_i$ полиномиально зависит от натуральных чисел k_i; 2) для m-мерного многогранника Δ и любого натурального k справедливо соотношение $T(k\Delta)=(-1)^m B(k\Delta)$. Обе эти теоремы легко доказываются алге-

[1]) После доклада я узнал, что к аналогичным алгебраическим неравенствам примерно одновременно пришел Б. Тесье.

бравчески: первая вытекает из теоремы Римана — Роха, вторая — из двойственности Серра. В докладе обсуждались и другие примеры использования связи между выпуклой и алгебраической геометрией.

4. Г. М. Полотовский (Горький) «Топологическая классификация распадающихся кривых шестого порядка и ее связь с новыми результатами по топологии вещественных алгебраических кривых».

1°. Автором получена (см. [1], [2]) полная классификация ($\mathcal{M}-k$)-распадающихся кривых шестого порядка ($k = 0, 1, 2,$.) — именно, построены 638 и доказано несуществование 157 таких попарно различных тривиально не запрещенных теоремой Безу (т. н. з.) логически возможных кривых в $\mathbb{R}P^2$.

2°. Невозможность 29 из 157 т. н. з. кривых следует из классификации неособых кривых 6-го порядка Д. А. Гудкова (см. [3]). В 1978 г. появились еще теоремы, применимые для запрета т. н. з. кривых: 1) обобщения неравенств Петровского (В. М. Харламов (УМН 33:3, с. 145), О. Я. Виро (там же, с. 146)); 2) неравенства Виро (частные случаи — независимо В. И. Звонилов), обобщающие теорему Арнольда о гнездах (УМН 33:3, с. 146); 3) о комплексных ориентациях: из статьи В. А. Рохлина [4] и гипотеза автора из [2], доказанная независимо В. В. Макеевым и Т. Фидлером (личные сообщения).

3°. Вычисления автора показали, что *совокупность результатов* п. 2° не запрещает 19 несуществующих т. н. з. кривых, т. е. *не дает полной системы запретов для простых кривых*. Среди других применений работ [1], [2] отметим доказательство точности неравенств Виро в ряде случаев (В. И. Звонилов, автор), построение неособых поверхностей 4-го порядка в $\mathbb{R}P^3$ и кривых 8-го порядка на гиперболоиде (О. Я. Виро).

Автор благодарит О. Я. Виро, В. И. Звонилова, В. В. Макеева и Т. Фидлера за обмен информацией.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. М. Полотовский, Каталог $\mathcal{M}$-распадающихся кривых 6-го порядка, ДАН 236:3 (1977), 548—551.

[2] Г. М. Полотовский ($\mathcal{M}-1$)- и ($\mathcal{M}-2$)-распадающиеся кривые 6-го порядка. В сб. «Методы качеств. теории дифф. уравнений», Горький, 1978, 130—148.

[3] Д. А. Гудков, Топология вещественных проективных алгебраических многообразий, УМН 29:4 (178) (1974), 3—79.

[4] В. А. Рохлин, Комплексные топологические характеристики вещественных алгебраических кривых, УМН 33:5 (203) (1978), 77—90.

5. В. В. Никулин «О группах автоморфизмов гиперболических форм».

$\mathcal{F}$ — множество классов изоморфизма гиперболических (сигнатуры $(1, t_{(-)})$) целочисленных квадратичных форм, группы автоморфизмов которых с точностью до конечного индекса порождены отражениями относительно элементов с квадратом (-2). Описание $\mathcal{F}$ имеет (кроме арифметических) геометрические приложения, к нему сводятся: а) описание фундаментальных (для дискретных групп, порожденных отражениями) многогранников конечного объема в пространствах Лобачевского с целочисленной матрицей Грама $a_{ij} = e_i \cdot e_j$, нормированной условием $e_i^2 = -2$; б) описание алгебраических поверхностей типа K3 над C с конечной группой автоморфизмов; в) описание компонент связности пространств параметров проективных поверхностей типа K3 над R, имеющих конечную фундаментальную группу (здесь предполагается, что поверхности вложены полной k-кратной, где $k \geqslant 3$, линейной системой).

Оказалось, что $\mathcal{F}$ поддается описанию: докладчиком описано $\mathcal{F}^{\geqslant 6}$ совместно с Э. Б. Винбергом — $\mathcal{F}^5$; как сообщил докладчику Э. Б. Винберг, им описано $\mathcal{F}^4$; остается открытым только описание $\mathcal{F}^3$, так как описание $\mathcal{F}^1$, $\mathcal{F}^2$ просто и хорошо известно (здесь $\mathcal{F}^n$, $\mathcal{F}^{\geqslant n}$ — множество форм из $\mathcal{F}$ ранга n, $\geqslant n$ соответственно). Множество $\mathcal{F}^{\geqslant 5}$ (и $\mathcal{F}^4$) оказалось конечным, и описание $\mathcal{F}^{\geqslant 5}$ состоит в его перечислении. Здесь мы ограничимся тем, что из перечисления $\mathcal{F}^{\geqslant 5}$ вытекает, что $\mathcal{F}^{\geqslant 20} = \varnothing$.

$$\mathcal{F}^{19} = \{U \oplus E_8^2 \oplus A_1\}.$$